**Задача 3. Експедиция до планетата Стела**

През 2356 г. човечеството изпраща експедиция до далечната планета Стела. Част от *екипажа* основава база на екватора на планетата, а друга част остава на космическия кораб в кръгова орбита около планетата, в равнината на нейния екватор.

**А)** Астронавтите на повърхността на планетата правят следните експерименти:

- Измерват, че малък плътен предмет пада свободно от височина 10 метра за 2.9 секунди.

- Пътуват със стелохода си 3 часа в посока север със скорост 20 km/h и измерват, че от новото положение звездата Алтаир кулминира с 94’ (дъгови минути) по-високо, от същата страна на зенита.

Изчислете радиуса, масата и средната плътност на планетата Стела.

**Б)** Планетата се върти около оста си с период 15 часа. На всеки 6 часа корабът преминава над екваториалната база. На каква височина над повърхността на планетата лети корабът? За наблюдател от космическата база колко време минава от изгрева на кораба над хоризонта до преминаването му през зенита?

**В)** Идва време учените на повърхността на планетата да се прибират обратно в космическия кораб. За тази цел те се качват в капсула с реактивен двигател. С кратък ракетен импулс капсулата рязко се изстрелва над рядката атмосфера на планетата Стела, след което продължава да лети с изключен двигател. Каква е необходимата начална скорост, която трябва да се придаде на капсулата, за да стигне успешно до космическия кораб?

**Решение:**

**А)** Предмет пада от височина h = 10 m за време t = 2.9 s. Гравитационното ускорение на повърхността трябва да е

За 3h с 20 km/h астронавтите ще изминат път l = 60 km на север. Щом Алтаир променя максималната си височина с 94’ от една и съща страна на зенита, то географската ширина се е променила с Δφ = 94’. Радиусът R на планетата намираме от

 🡪 R = 2194 km

Масата на планетата пресмятаме от

M = 1.716 x 1023 kg = 0.0287 МE

Средната плътност е

**Б)** Планетата се върти около оста си с период Trot = 15 h. На всеки Tsyn = 6 h корабът преминава над екваториалната база. Орбиталният период на кораба T намираме от

От III Закон на Кеплер намираме радиуса на орбитата:

r = 4102 km

Височината над повърхността в зенит е h = r – R = 1908 km

В коротационната система ъгълът на завъртане от изгрев до зенит θ намираме от

θ = 57.66 deg

Времевият интервал от изгрев до зенит е

**В)** В най-изгодния енергетично случай капсулата ще тръгне по елиптична орбита с перицентър, приблизително равен на R, и апоцентър в орбитата на кораба (на разстояние r). Голямата полуос на тази орбита е A=(r+R)/2. Пълната механична енергия на тази орбита e

Същата енергия веднага след изстрелването, в перицентъра, е:

Решаваме и намираме v = 2607 m/s

Тъй като търсим скоростта спрямо планетата, трябва да се извади скоростта на въртене на екватора vrot = 2πR/Trot = 255 m/s:

**Задача 3 Спътници около планетата Александрета**

Цивилизацията на планетата Александрета осъществява проект Х – изнасяне на множество еднакви спътници с камери за наблюдение в инфрачервени лъчи на една и съща висока елиптична екваториална орбита около планетата. Орбитата е много по-голяма от самата планета, Известно е, че за да се изстреля от повърхността на планетата така, че да добие скорост, равна на скоростта на избягване, на един такъв спътник трябва да се придаде допълнителна енергия EK = 2.4 x 109 J. Всеки спътник е оборудван с високоефективен реактивен двигател, който може да изхвърля гориво със скорост vF = 500 km/s.

**А)** От контролния център на мисията решават да свалят спътниците X26 и X27. Едновременно, в един и същ момент реактивните им двигатели се включат за кратко, така че да спрат спътниците спрямо планетата и те да паднат директно към нея. В този момент разликата в абсолютните скорости на двата спътника по орбитата е Δv = 200 m/s, а разликата в ъгловите размери на планетата Александрета, регистирани от камерите на X26 и X27 е Δδ = 0.4 градуса. Каква е общата маса на реактивното гориво на X26 и X27, необходимо за тази операция? Приемете, че масата на изхвърленото гориво е много по-малка от масата на спътниците. Ефекти, предизвикани от атмосферата на планетата и гравитационното влияние на звездата да се пренебрегнат.

**Б)** Орбитата на спътниците лежи в равнината на небесния екватор. С камерите редовно се наблюдават окултации на звезди от планетата. В перицентъра на орбитата спътникът X35 регистрира окултация на звезда с ректасцензия 6h, продължила 90 минути. По-късно от същия спътник се наблюдава окултация на звезда с ректасцензия 12h, продължила 130 минути. Колко ще продължи окултацията на звезда с ректасцензия 18h? И трите звезди лежат в равнината на орбитата.

**В)** Следващата стъпка на Александрета е проект Y – в орбита с голяма полуос 80 000 km, ексцентрицитет 0.6 и перицентър с ректасцензия 18h да се изведат 6000 спътника. Всеки от тях непрестанно ще излъчва в радиодиапазона на честота 2.4 GHz с мощност 9x106 Jy.m2. Когато всички тези спътници по орбитата заработят, какъв ще бъде общият поток излъчване (в Jy) на честота 2.4 GHz, идващ от спътниците разположени между ректасцензии от 7h до 8h, върху повърхността на планетата Александрета?

*1 Jy (1 янски) = 10-26 W/(m2.Hz) е мерна единица за поток на излъчването в радиодиапазона.*

**Решение:**

**А)** Щом се движат по една орбита, X26 и X27 имат една и съща пълна механична енергия:

Умножаваме дясната страна по R/R, където R е радиусът на планетата

Кинетичната енергия, необходима за изстрелване от повърхността, е

Разликата в ъгловите размери на планетата, гледани от двата спътника, е:

Сумата на абсолютните стойности на импулса на двата спътника в моментът преди изстрелването е

Разликата в абсолютните стойности на скоростите е

Заместваме и получаваме

За да спре двата спътника, общото изхвърлено гориво с маса m трябва да придаде същият общ импулс:

От тук

167 g

**Б)** От закона за запазване на ъгловия момент във всяка точка по орбитата със скорост v, разстояние до планетата r и ъгъл между тях θ важи

Ъгловата скорост на планетата, гледано от спътника, е

Оттук

Ъгловият размер на планетата е

Продължителността на централна окултация ще бъде

Или

При планета на 6h спътникът е в перицентър, на разстояние a(1-e).

При планета на 12h спътникът е на 90 градуса спрямо планетата, на разстояние a(1+e)(1-e)

При планета на 18h спътникът е в апоцентър, на разстояние a(1+e).

От дадените две продължителности намираме ексцентрицитета на орбитата:

 или e = 4/9

Сравняваме търсената продължителност на окултация в апоцентър, сравнявайки с перицентър:

**В)** От следствието, че

Ъгловата скорост зависи по същия начин, както потокът от обекта, гледан от фокуса на орбитата. Следователно потокът ще е еднакъв от всички направления.

В даден участък от орбитата, който се вижда под ъгъл φ, ще има средно n от общо N=6000 спътника и ако участъкът се изминава за време t, то

Ако участъкът е на разстояние r, общият поток от тези n спътника ще бъде

За да пресметнем потока от единица ъгъл от орбитата, можем да разгледаме линеен сегмент от орбитата в точката, в която малката полуос b пресича орбитата. Този сегмент ще е на разстояние a от планетата, а ъгловата скорост на спътниците в него ще бъде

 , където

Заместваме и получаваме константния израз

Заместваме в уравнението за потока и получаваме

От III Закон на Кеплер

Заместваме и получаваме

или

където φ е ъгловият размер на участък от орбитата, видим от планетата, в радиани.

За участъка от 7h до 8h φ = π/12 и

Резултатът при L = 9x106 Jy.m2, a = 80 000 km, e=0.6 и N=6000 е E = 0.84 μJy